□11□ □□□□□□:□□□□□□□□

□□□□□□□□□□

□□□□□□□21□□□

1□□2021□•□□□□□□□□□□ $f(x)=lnx-\frac{1}{2}(ax-\frac{1}{x})$ □

□1□□ $a=1$□□□□□ $0<x<1$□□ $f(x)>0$□□ $x>1$□□ $f(x)<0$□

□2□□ $f(x)$ □□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<\frac{1-a}{2}$ □

□□□□□□□1□□ $a=1$□□ $f(x)=lnx-\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})$ □□□□□ $\{x|x>0\}$□

$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2x^2}=\frac{-(x-1)^2}{2x^2}$ □ $f'(x)\leqslant 0$□□□□□□□□□

□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $0<x<1$□□ $f(x)>f$□1□ $=0$□

□ $x>1$□□ $f(x)<f$□1□ $=0$□□□□□□□

□2□ $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}(a+\frac{1}{x^2})=\frac{-ax^2+2x-1}{2x^2}$ □

□□□□□□□□□□ $\begin{cases} a>0 \\ \triangle=4-4a>0 \end{cases}$□□□ $0<a<1$□

□□□□□□□□ $x_1+x_2=\frac{2}{a}$□ $x_1x_2=\frac{1}{a}(*)$ □

$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{(lnx_1-lnx_2)-\frac{1}{2}a(x_1-x_2)+\frac{1}{2}(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2})}{x_1-x_2}=\frac{lnx_1-lnx_2}{x_1-x_2}-\frac{1}{2}a-\frac{1}{2x_1x_2}$ □

□□□□□□ $\frac{lnx_1-lnx_2}{x_1-x_2}-\frac{1}{2x_1x_2}<\frac{1}{2}$ □

□□□ $x_1>x_2$ □□□□□□□ $\ln\frac{x_1}{x_2}-\frac{x_1-x_2}{2x_1x_2}<\frac{x_1-x_2}{2}$ □

□ $(*)$ □□ $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=2$ □□□□ $\ln\frac{x_1}{x_2}-\frac{x_1-x_2}{x_1+x_2}<\frac{x_1-x_2}{2}\cdot(\frac{1}{2x_1}+\frac{1}{2x_2})$ □□□□ $t=\frac{x_1}{x_2}>1$ □

□□□□□□ $\ln t-\frac{t-1}{t+1}-\frac{t}{4}+\frac{1}{4t}<0$ □□ $g(t)=\ln t-\frac{t-1}{t+1}-\frac{t}{4}+\frac{1}{4t}$ □ $(t>1)$

□ $g'(t)=\frac{1}{t}-\frac{2}{(t+1)^2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4t^2}=\frac{-(t-1)^2(t^2+1)}{4t^2(t+1)^2}$ □

□ $t>1$ □□ $g'(t)<0$ □ $g(t)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□

$g(t)<g$□1□$=0$□□□□□□□

2□□2021 □•□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{x}-x+a\ln x$ □

□1□□ $a=0$ □□□□□ $f(x)$ □□ $(1,0)$ □□□□□□□

□2□□□ $f(x)$ □□□□□

□3□□ $f(x)$ □□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$ □

□□□□1□□□□□ $f(x)=\frac{1}{x}-x+a\ln x(x>0)$ □

□ $f'(x)=\frac{-x^2+ax-1}{x^2}$ □

□ $a=0$ □□ $f'(x)=\frac{-x^2-1}{x^2}$ □

□□ f'□1□$=-2$ □

□ $f(x)$ □ $(1,0)$ □□□□□□□ $y=-2x+2$ □

□2□□□□□□□□□$(0,+\infty)$□□$f'(x)=\frac{-x^2+ax-1}{x^2}$□

□$g(x)=-x^2+ax-1$□□$g(0)=-1$□

①□$a\leqslant 0$□□$g(x)<0$□□□□□□$f'(x)<0$□□$f(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□□

②□$a>0$□□□□□$\triangle=a^2-4$□

(i)□$0<a\leqslant 2$□□$\triangle\leqslant 0$□□$g(x)\leqslant 0$□□□$f(x)\leqslant 0$□□□□□□□□$f(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□□

(ii)□$a>2$□□□$g(x)>0$□□□$\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}<x<\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$□

□$g(x)<0$□□□$0<x<\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$□$x>\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$□

□□$f(x)$□$(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$□$\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$□□□□□□□$(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$□$(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$□$+\infty)$□□□□□□

□□□□□□$a\leqslant 2$□□$f(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□□

□$a>2$□□$f(x)$□$(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$□$\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$□□□□□□□$(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$□$(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$□$+\infty)$□□□□□□

□3□□□□□□2□□□□$a>2$□$0<x_1<1<x_2$□$x_1x_2=1$□

□$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{x_1}-x_1+a\ln x_1-[\frac{1}{x_2}-x_2+a\ln x_2]$

$=(x_2-x_1)(1+\frac{1}{x_1x_2})+a(\ln x_1-\ln x_2)$

$=2(x_2-x_1)+a(\ln x_1-\ln x_2)$□

□$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=-2+\frac{a(\ln x_1-\ln x_2)}{x_1-x_2}$□

□□□□□□□ $\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}<1$ □□□

□□□ $\ln x_1-\ln x_2>x_1-x_2$ □□ $\ln x_1-\ln\frac{1}{x_1}>x_1-\frac{1}{x_1}$ □

□□ $\ln x_1+\ln x_1>x_1-\frac{1}{x_1}$ □□□ $2\ln x_1>x_1-\frac{1}{x_1}$ □ $(0,1)$ □□□□□

□ $h(x)=2\ln x-x+\frac{1}{x}(0<x<1)$ □□□ h□1□ $=0$ □

□ $h'(x)=\frac{2}{x}-1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-2x+1}{x^2}=-\frac{(x-1)^2}{x^2}<0$ □

□ $h(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□

□ $h(x)>h$□1□□□ $2\ln x-x+\frac{1}{x}>0$ □

□ $2\ln x>x-\frac{1}{x}$ □

□□ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$ □

3□□2021 □•□□□□□□□□□ $f(x)=\ln x+\frac{a}{2}x^2-(a+1)x, a\in R$ □

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□ x_1 □ $x_2(0<x_1<x_2)$ □□□ $g(x)=f(x)+x$ □□□□□□□□□□ $g(x_1)-g(x_2)<\frac{a}{2}-\ln a$ □□□□

□□□□□□1□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

$f'(x)=\frac{1}{x}+ax-(a+1)=\frac{ax^2-(a+1)x+1}{x}=\frac{(x-1)(ax-1)}{x}$ □

① □ $a\leqslant 0$ □□□ $f'(x)>0$ □□ $0<x<1$ □

令 $f'(x)<0$，得 $x>1$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，

② 当 $0<a<1$ 时，令 $f'(x)>0$，得 $0<x<1$ 或 $x>\frac{1}{a}$，

令 $f'(x)<0$，得 $1<x<\frac{1}{a}$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$，$(\frac{1}{a},+\infty)$ 上单调递增，在 $(1,\frac{1}{a})$ 上单调递减，

③ 当 $a=1$ 时，则 $f'(x)\geqslant 0$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上 $f(x)$ 单调递增，

④ 当 $a>1$ 时，令 $f'(x)>0$，得 $0<x<\frac{1}{a}$ 或 $x>1$，

$f'(x)>0$，得 $\frac{1}{a}<x<1$，

所以 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{a})$，$(1,+\infty)$ 上单调递增，在 $(\frac{1}{a},1)$ 上单调递减，

综上所述，当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，

当 $0<a<1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$，$(\frac{1}{a},+\infty)$ 上单调递增，在 $(1,\frac{1}{a})$ 上单调递减，

当 $a=1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

当 $a>1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{a})$，$(1,+\infty)$ 上单调递增，在 $(\frac{1}{a},1)$ 上单调递减.

（2）证明: $g(x)=f(x)+x=\ln x+\frac{a}{2}x^2-ax$，则 $g(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$g'(x)=\frac{1}{x}+ax-a=\frac{ax^2-ax+1}{x}$，

若 $g(x)$ 有两个极值点 x_1，$x_2(0<x_1<x_2)$，

□□□ $ax^2-ax+1=0$ □□□□△ $=a^2-4a>0$ □□ $x_1+x_2=1$ □ $x_1x_2=\frac{1}{a}>0$ □

□□ $a>4$ □□ $0<x_1<x_2$ □□□ $x_1^2<x_1x_2=\frac{1}{a}$ □□ $0<x_1<\frac{1}{\sqrt{a}}$ □

□□ $g(x_1)-g(x_2)=lnx_1+\frac{a}{2}x_1^2-ax_1-lnx_2-\frac{a}{2}x_2^2+ax_2$

$=lnx_1-ln\frac{1}{ax_1}+\frac{a}{2}(x_1+x_2)(x_1-x_2)-a(x_1-x_2)$

$=lnx_1+ln(ax_1)-\frac{a}{2}(2x_1-1)$

$=lnx_1+ln(ax_1)+\frac{a}{2}-ax_1$ □

□ $h(t)=lnt+ln(at)+\frac{a}{2}-at$ □□□ $t=x_1\in(0,\frac{1}{\sqrt{a}})$ □ $a>4$ □

□ $h'(t)=\frac{2}{t}-a=0$ □□□ $t=\frac{2}{a}$ □□ $\frac{2}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{2-\sqrt{a}}{a}<0$ □

□□ $h(t)$ □□□ $(0,\frac{2}{a})$ □□□□□□□□□ $(\frac{2}{a}$ □ $\frac{1}{\sqrt{a}})$ □□□□□□

□ $h(t)$ □□□□□ $h(\frac{2}{a})=2ln2-lna+\frac{a}{2}-2<\frac{a}{2}-lna$ □

□□ $g(x_1)-g(x_2)<\frac{a}{2}-lna$ □□□□

4．（2021 □•□□□□□□□□ $f(x)=lnx-\frac{a}{x+1}(a\in R)$ □

（I□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□

（II□□□□ $f(x)$ □□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ a □□□□□□□□□ $f(x_1)+f(x_2)$ □ x_1+x_2 □□□□

□□□□□□□I□□ $f(x)=lnx-\frac{a}{x+1}$ □ $f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{a}{(x+1)^2}$ □□2 □□

□□ $f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{a}{(x+1)^2}\geq 0$ □ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□ $a\geq -(x+\frac{1}{x}+2)$ □ $x\in(0,+\infty)$ □□□□

□ $-(x+\frac{1}{x}+2)\leq -4$ □□□ $a\geq -4$ □□5 □□

□Ⅱ□ $f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{a}{(x+1)^2}=\frac{x^2+(2+a)x+1}{x(x+1)^2}(x>0)$ □

□□□□□ x_1 □ x_2 □□□ $f'(x)=0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□

□ $g(x)=x^2+(2+a)x+1(x>0)$ □

□□□ $g(0)=1>0$ □□□□□□□□ $x=-2-a$ □

□□□ $\begin{cases}-2-a>0\\(2+a)^2-4>0\end{cases}$ □□□ $a<-4$ □

□□□ a □□□□□□ $(-\infty,-4)$ □□8 □□

□ x_1 □ x_2 □□□ $x^2+(2+a)x+1=0$ □□□□□ $x_1+x_2=-2-a$ □ $x_1x_2=1$ □

□□ $f(x_1)+f(x_2)=(lnx_1-\frac{a}{x_1+1})+(lnx_2-\frac{a}{x_2+1})=ln(x_1x_2)-a\cdot\frac{x_1+x_2+2}{x_1x_2+x_1+x_2+1}=-a\cdot\frac{-2-a+2}{1-2-a+1}=-a$ □□10 □□

□ $x_1+x_2=-2-a$ □□□ $f(x_1)+f(x_2)-(x_1+x_2)=2>0$ □

□ $f(x_1)+f(x_2)>x_1+x_2$ □□□□12 □□

5□□2021•□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}ax^2-2x+lnx$ □□□ $a>0$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $f(x)$ □□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $f(x_1)+f(x_2)<-3$ □

□□□□□□□1□□□□ $f'(x)=ax-2+\frac{1}{x}=\frac{ax^2-2x+1}{x}$ □□□ $x>0$ □

□ $g(x)=ax^2-2x+1$ □ $x>0$ □□□□□ $x=\frac{1}{a}$ □△ $=4-4a$ □

□ $a\geq 1$ □□△ ≤ 0 □□□ $g(x)\geq 0$ □

□ $f'(x)\geq 0$ □□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $0<a<1$ □□△ >0 □□□ $ax^2-2x+1=0$ □ R □□□□□□

□ $x_1=\frac{1-\sqrt{1-a}}{a}$ □ $x_2=\frac{1+\sqrt{1-a}}{a}$ □

□ $0<x_1<1<x_2$ □□□□ $x\in(0,x_1)$ □□ $g(x)>0$ □

□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $x\in(x_1$ □ $x_2)$ □□ $g(x)<0$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $x\in(x_2$ □ $+\infty)$ □□ $g(x)>0$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□□□ $a\geq 1$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $0<a<1$ □□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1-\sqrt{1-a}}{a})$ □□□□□□

□ $(\frac{1-\sqrt{1-a}}{a},\frac{1+\sqrt{1-a}}{a})$ □□□□□□□ $(\frac{1+\sqrt{1-a}}{a},+\infty)$ □□□□□□

□2□□□□□1□□□□ $0<a<1$ □□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □

□ $x_1+x_2=\frac{2}{a}$ □ $x_1x_2=\frac{1}{a}$ □

□□ $f(x_1)+f(x_2)=\frac{1}{2}ax_1^2-2x_1+lnx_1+\frac{1}{2}ax_2^2-2x_2+lnx_2$

$=\frac{1}{2}a(x_1^2+x_2^2)-2(x_1+x_2)+(lnx_1+lnx_2)$

$=\frac{1}{2}a[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2]-2(x_1+x_2)+ln(x_1x_2)$

$=\frac{1}{2}a[(\frac{2}{a})^2-\frac{2}{a}]-\frac{4}{a}+ln\frac{1}{a}=-lna-\frac{2}{a}-1$ □

□ $h(x)=-lnx-\frac{2}{x}-1$ □ $0<x<1$ □

□□ $h'(x)=-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}=\frac{2-x}{x^2}$ □

□ $h(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□□ $h(x)<h$ □1□ $=-3$ □

□□ $h(a)=-lna-\frac{2}{a}-1<-3$ □□ $f(x_1)+f(x_2)<-3$ □

6．（2021•□□□□□□□□□ $f(x)=lnx+mx$ □ $m\in R$ □

（1□□□□ $f(x)$ □□□□□□

（2□□ $g(x)=f(x)+\frac{1}{2}x^2$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $g(x_1)+g(x_2)+3<0$ □

□□□□□□□1□ $f(x)=lnx+mx,m\in R,f'(x)=\frac{1}{x}+m,x>0$ □

$m\geqslant 0$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□

$m<0$ □□□ $f'(x)>0$ □□□□ $0<x<-\frac{1}{m}$ □□ $f'(x)<0$ □□□□ $x>-\frac{1}{m}$ □

□ $f(x)$ □ $(0,-\frac{1}{m})$ □□□□ $(-\frac{1}{m}$ □ $+\infty)$ □□□

□□□□ $m\geqslant 0$ □□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

□ $m<0$ □□ $f(x)$ □□□□□ $(0,-\frac{1}{m})$ □□□□□□ $(-\frac{1}{m},+\infty)$ □

（2□□□□ $g(x)=f(x)+\frac{1}{2}x^2,g'(x)=\frac{x^2+mx+1}{x}$ □

□ $-2\leqslant m\leqslant 2$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□

当 $m<-2$ 或 $m>2$ 时，由 $g'(x)=0$，得 $x_1=\frac{-m-\sqrt{m^2-4}}{2}$，$x_2=\frac{-m+\sqrt{m^2-4}}{2}$，

若 $m>2$，则 $x_1<x_2<0$，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 递增，无极值点，

若 $m<-2$，则 $x_1+x_2=-m$，$x_1x_2=1$，不妨设 $0<x_1<1<x_2$.

此时 $g(x)$ 有两个极值点 x_1，x_2，

$g(x_1)+g(x_2)=\ln x_1+mx_1+\frac{1}{2}x_1^2+\ln x_2+mx_2+\frac{1}{2}x_2^2$

$=\ln(x_1x_2)+m(x_1+x_2)+\frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2)=-\frac{1}{2}m^2-1$，

因为 $m<-2$，故 $-\frac{1}{2}m^2-1<-3$，

即 $g(x_1)+g(x_2)+3<0$.

7.（2021秋•上城区校级月考）已知实数 $a\neq0$，设函数 $f(x)=\frac{a}{x}-\ln^2 x$.

(Ⅰ) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(Ⅱ) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，且 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{k(x_1-x_2)}-e^2(x_1+x_2)+2e>0$ 恒成立，求正实数 k 的最大值.

【解答】解：(Ⅰ) 函数 $f(x)$ 的定义域是 $(0,+\infty)$，

$f'(x)=-\frac{a}{x^2}-\frac{2\ln x}{x}=-\frac{2x\ln x+a}{x^2}$，

令 $h(x)=2x\ln x+a$，则 $h'(x)=2(\ln x+1)$，

令 $h'(x)>0$，解得 $x>\frac{1}{e}$，令 $h'(x)<0$，解得 $0<x<\frac{1}{e}$，

故 $h(x)$ 在 $(0,\frac{1}{e})$ 上单调递减，在 $(\frac{1}{e},+\infty)$ 上单调递增，

故 $h(x)_{min}=h(\frac{1}{e})=-\frac{2}{e}+a$，

① $-\frac{2}{e}+a\geq 0$ □ $a\geq\frac{2}{e}$ □□ $f'(x)\leq 0$ □ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□

② $-\frac{2}{e}+a\leq 0$ □ $a\leq\frac{2}{e}$ □□ $f'(x)\geq 0$ □ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□

□II□ $f'(x)=-\frac{a}{x^2}-\frac{2\ln x}{x}=-\frac{2x\ln x+a}{x^2}$ □

$f(x)$ □□□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □

$\therefore \begin{cases} 2x_1\ln x_1+a=0 \\ 2x_2\ln x_2+a=0 \end{cases}$ □

□ $g(x)=2x\ln x$ □□ $g'(x)=2\ln x+2$ □

□□□□ $x\in(0,\frac{1}{e})$ □□ $g'(x)<0$ □□ $x\in(\frac{1}{e}$ □ $+\infty)$ □□ $g'(x)>0$ □

$\therefore g(x)$ □ $(0,\frac{1}{e})$ □□□□□ $(\frac{1}{e}$ □ $+\infty)$ □□□□

$\therefore g(x)_{min}=g(\frac{1}{e})=-\frac{2}{e}$ □ $g(0)=g$ □1□ $=0$ □

□ $-a\in(-\frac{2}{e},0)$ □□ $a\in(0,\frac{2}{e})$ □

□ $\begin{cases} 2x_1\ln x_1+a=0 \\ 2x_2\ln x_2+a=0 \end{cases}$ □□□ $\begin{cases} 2\ln x_1=-\frac{a}{x_1} \\ 2\ln x_2=-\frac{a}{x_2} \end{cases}$ □

$\therefore 2(\ln x_1+\ln x_2)=-a(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2})$ □□ $x_1+x_2=\frac{2x_1x_2\ln(x_1x_2)}{-a}$ □

$2(\ln x_2-\ln x_1)=a(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2})=\frac{a(x_2-x_1)}{x_1x_2}$ □

□ $\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}=\frac{a}{2x_1x_2}$ □

$f(x_1)?f(x_2)=\frac{a}{x_1}?ln^2x_1?\frac{a}{x_2}+ln^2x_2$ □

$=ln^2x_2?ln^2x_1+2lnx_2?2lnx_1=(lnx_2?lnx_1)(lnx_1x_2+2)$ □

□ $x_1<x_2$ □□ $0<x_1<\frac{1}{e}<x_2<1$ □□□ $x_1x_2<\frac{1}{e^2}$ □

□□ $x_1<\frac{1}{x_2e^2}<\frac{1}{e}$ □□□ $g(x_1)>g(\frac{1}{x_2e^2})$ □

$g(x_1)=g(x_2)$ □$\therefore$□□□□ $g(x_2)>g(\frac{1}{x_2e^2})$ □

□ $G(x)=g(x)?g(\frac{1}{xe^2})=xlnx+\frac{1}{e^2x}ln(e^2x)$ □ $x\in(\frac{1}{e}$□$1)$ □

□ $G'(x)=(lnx+1)(1?\frac{1}{x^2e^2})>0$ □□ $G(x)>G(\frac{1}{e})=0$ □

$\therefore g(x_2)>g(\frac{1}{x_2e^2})$ □□ $x_1x_2<\frac{1}{e^2}$ □

□ $t=x_1x_2\in(0,\frac{1}{e^2})$ □

□ $\frac{1}{k}\cdot\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}?e^2(x_1+x_2)+2e$

$=?\frac{a}{k}\cdot\frac{ln(x_1x_2)+2}{2x_1x_2}+e^2\cdot\frac{2x_1x_2ln(x_1x_2)}{a}+2e$

$>?\frac{2}{ek}\cdot\frac{ln(x_1x_2)+2}{2x_1x_2}+e^2\cdot\frac{2x_1x_2ln(x_1x_2)}{a}+2e$

$=?\frac{1}{k}\cdot\frac{lnt+2}{et}+e^2tlnt+2e$ □

□ $h(t)=?\frac{lnt+2}{et}+e^2tlnt+2e$ □□ $h'(t)=(1+lnt)(\frac{1}{et^2}+e^2)$ □

$\therefore h(t)$ □ $(0,\frac{1}{e^2})$ □□□□

$\therefore h(t)..h(\frac{1}{e^2})=0$ □

∴□□□ k □□□□ 1□

8□□2021 □•□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-bx+lnx$ □

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□ $b\geqslant\frac{5}{2}$ □□ $f(x_1)-f(x_2)\geqslant k$ □□□□□□□ k □□□□□

□□□□□□1□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-bx+lnx$ □□ $f'(x)=x-b+\frac{1}{x}=\frac{x^2-bx+1}{x}(x>0)$ □

□ $\varphi(x)=x^2-bx+1$ □□△ $=b^2-4\leqslant 0$ □□ $-2\leqslant b\leqslant 2$ □□□ $\varphi(x)\geqslant 0$ □□□□□ $f'(x)\geqslant 0$ □□□□

□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□△ $=b^2-4>0$ □□ $b<-2$ □ $b>2$ □

□ $b<-2$ □□□□ $\varphi(x)=x^2-bx+1$ □□□□□□□ $x=\frac{b}{2}<-1$ □ $\varphi(0)=1$ □□□ $x\in(0,+\infty)$ □□

$\varphi(x)>0$ □□□□□ $f'(x)>0$ □□□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $b>2$ □□□□ $\varphi(x)=x^2-bx+1$ □□□□□□□ $x=\frac{b}{2}>1$ □ $\varphi(0)=1$ □

□ $\varphi(x)=x^2-bx+1=0$ □□ $x=\frac{b\pm\sqrt{b^2-4}}{2}$ □

∴□ $x\in(0$ □ $\frac{b-\sqrt{b^2-4}}{2})\cup(\frac{b+\sqrt{b^2-4}}{2}$ □ $+\infty)$ □□ $\varphi(x)>0$ □ $f'(x)>0$ □

□ $x\in(\frac{b-\sqrt{b^2-4}}{2}$ □ $\frac{b+\sqrt{b^2-4}}{2})$ □□ $\varphi(x)<0$ □ $f'(x)<0$ □

∴ $f(x)$ □ $(0,\frac{b-\sqrt{b^2-4}}{2})$ □ $(\frac{b+\sqrt{b^2-4}}{2}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□ $(\frac{b-\sqrt{b^2-4}}{2}$ □ $\frac{b+\sqrt{b^2-4}}{2})$ □□□□□□

□□□□□□ $b\le 2$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $b>2$ □□ $f(x)$ □ $(0,\frac{b-\sqrt{b^2-4}}{2})$ □ $(\frac{b+\sqrt{b^2-4}}{2}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□ $(\frac{b-\sqrt{b^2-4}}{2}$ □ $\frac{b+\sqrt{b^2-4}}{2})$ □□□□□□

□2□□□ $f(x)=lnx+\frac{1}{2}x^2-bx$ □

$f'(x)=\frac{1}{x}+x-b=\frac{x^2-bx+1}{x}$ □

□ $f'(x)=0$ □□ $x^2-bx+1=0$ □

x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□ $\therefore x_1+x_2=b$ □ $x_1x_2=1$ □

$\therefore x_2=\frac{1}{x_1}$ □ $b\ge\frac{5}{2}$ □ $x_1+x_2=x_1+\frac{1}{x_1}=b\ge\frac{5}{2}$ □ $0<x_1<x_2=\frac{1}{x_1}$ □

□□ $0<x_1\le\frac{1}{2}$ □

$\therefore f(x_1)-f(x_2)=ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)-b(x_1-x_2)=2lnx_1-\frac{1}{2}(x_1^2-\frac{1}{x_1^2})$ □

□□□□ $F(x)=2lnx-\frac{1}{2}(x^2-\frac{1}{x^2})(x\in(0$ □ $\frac{1}{2}])$ □

$F'(x)=\frac{2}{x}-x-\frac{1}{x^3}=\frac{-(x^2-1)^2}{x^3}<0$ □

$\therefore F(x)$ □ $(0$ □ $\frac{1}{2}]$ □□□□□□

$\therefore$ □ $x_1=\frac{1}{2}$ □□ $F(x)_{min}=F(\frac{1}{2})=\frac{15}{8}?2ln2$ □

□ k □□□□□ $\frac{15}{8}?2ln2$ □

9□□2021 □•□□□□□□□□ $f(x)=2x+a\ln x^2\,(x>0)$ □ $x=1$ □□□□ l □□□ $4x-y=0$ □□□□□ $g(x)=f(x)+bx^2-4x$ □

□1□□□□ a □□□

□2□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□ b □□□□□□

□3□□ x_1 □ $x_2\,(x_1<x_2)$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□ $g(x_1)-g(x_2)<(2b-1)(x_1-x_2)$ □

□□□□□1□□□□□ $f(x)=2x+a\ln x^2\,(x>0)$ □□

$f'(x)=2+\frac{2a}{x}(x>0)$ □

□□ $x=1$ □□□□ l □□□ $4x-y=0$ □□□

□□□□□□□ f' □1□ $=2+2a=4$ □□□ $a=1$ □

□ 2 □ □ □ □ □ 1 □ □ □ □ □ □

$g(x)=f(x)+bx^2-4x=\ln x^2+bx^2-2x$ □

□ $g'(x)=\frac{2}{x}+2bx-2=\frac{2bx^2-2x+2}{x}$ □

□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□

□ $g'(x)<0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□□ $x>0$ □□ $\varphi(x)=2bx^2-2x+2$ □

□ $\varphi(0)=2>0$ □

□□□□ $b,\ 0$ □ $\begin{cases} b>0 \\ \frac{2}{b}>0 \\ \triangle=4-16b>0 \end{cases}$ □

□□ b, 0□ $0<b<\frac{1}{4}$ □

□□□ b □□□□□□ $(-\infty,\frac{1}{4})$ □

□ 3 □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

$g'(x)=\frac{2}{x}+2bx-2=\frac{2bx^2-2x+2}{x}$ □

□□ $g(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □

□□ x_1 □ x_2 □ $2bx^2-2x+2=0$ □□□□□

□ $\begin{cases} x_1+x_2=\frac{1}{b} \\ x_1x_2=\frac{1}{b} \end{cases}$ □

□ □

$g(x_1)-g(x_2)=(lnx_1^2+bx_1^2-2x_1)-(lnx_2^2+bx_2^2-2x_2)$

$=2ln\frac{x_1}{x_2}+b(x_1^2-x_2^2)-2(x_1-x_2)$

$=2ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_1^2-x_2^2}{x_1+x_2}-2(x_1-x_2)$

$=2ln\frac{x_1}{x_2}-(x_1-x_2)$ □

□□□□ $g(x_1)-g(x_2)<(2b-1)(x_1-x_2)$ □

□□ $2ln\frac{x_1}{x_2}-(x_1-x_2)<(2b-1)(x_1-x_2)$ □

□□ $ln\frac{x_1}{x_2}<b(x_1-x_2)$ □

即证 $\ln\frac{x_1}{x_2} < \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2}$，

即证 $\ln\frac{x_1}{x_2} < \frac{\frac{x_1}{x_2} - 1}{\frac{x_1}{x_2} + 1}$，

令 $t = \frac{x_1}{x_2}(0 < t < 1)$，

则证明 $\ln t < \frac{t-1}{t+1}$，

令 $h(t) = \ln t - \frac{t-1}{t+1}$，

则 $h'(t) = \frac{t^2+1}{t(t+1)^2} > 0$，

所以 $h(t)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，

则 $h(t) < h$（1）$=0$，即 $\ln t < \frac{t-1}{t+1}$，

所以原不等式 $g(x_1) - g(x_2) < (2b-1)(x_1 - x_2)$ 成立．

10．(2021•浙江模拟）已知函数 $f(x) = \frac{ae^x}{x} + \ln x - x, a \in R$．

(Ⅰ) 若 $a = \frac{1}{e}$，讨论 $f(x)$ 的单调性;

(Ⅱ) $f(x)$ 有两个极小值点 x_1，x_2，求实数 a 的取值范围，并证明 $f(x_1) + f(x_2) < 0$．

【解答】解：（1）$f'(x) = a \cdot \frac{e^x(x-1)}{x^2} + \frac{1}{x} - 1 = \frac{e^x}{x^2} \cdot (x-1)(a - \frac{x}{e^x})$，当 $a = \frac{1}{e}$ 时，$f'(x) = \frac{e^x}{x^2} \cdot (x-1) \cdot (\frac{1}{e} - \frac{x}{e^x})$

设 $g(x) = \frac{x}{e^x}$，$g'(x) = \frac{1-x}{e^x}$，所以 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，$(1,+\infty)$ 上单调递减，

则 $g(x)\leqslant g$（1）$= \frac{1}{e}$，即当 $x > 0$ 时，$\frac{1}{e} - \frac{x}{e^x}\geqslant 0$

□□□ $0<x<1$ □□ $f'(x)<0$ □□ $x>1$ □□ $f'(x)>0$ □

□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

□2□□□1□□□□ $a\geq\frac{1}{e}$ □□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□□□□□

□ $a\leq 0$ □□□□ $x>0$ □□ $a-\frac{x}{e^x}<0$ □□□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□ $0<a<\frac{1}{e}$ □□□ $g(x)$ □□□□□□ $m\in(0,1)$ □ $n\in(1,+\infty)$ □□□ $g(x)=a$ □□ $f'(x)=0$ □

□ $x\in(0,m)$ □□ $x-1<0$ □ $a-\frac{x}{e^x}>0$ □□□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □ $(0,m)$ □□□□□

□ $x\in(m,1)$ □□ $x-1<0$ □ $a-\frac{x}{e^x}<0$ □□□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □ $(m,1)$ □□□□□

□ $x\in(1,n)$ □□ $x-1>0$ □ $a-\frac{x}{e^x}<0$ □□□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □ $(1,n)$ □□□□□

□ $x\in(n,+\infty)$ □□ $x-1>0$ □ $a-\frac{x}{e^x}>0$ □□□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □ $(n,+\infty)$ □□□□□

□□ $x=m$ □ $x=n$ □ $f(x)$ □□□□□ $f(m)$ □ $f(n)$ □□□□□

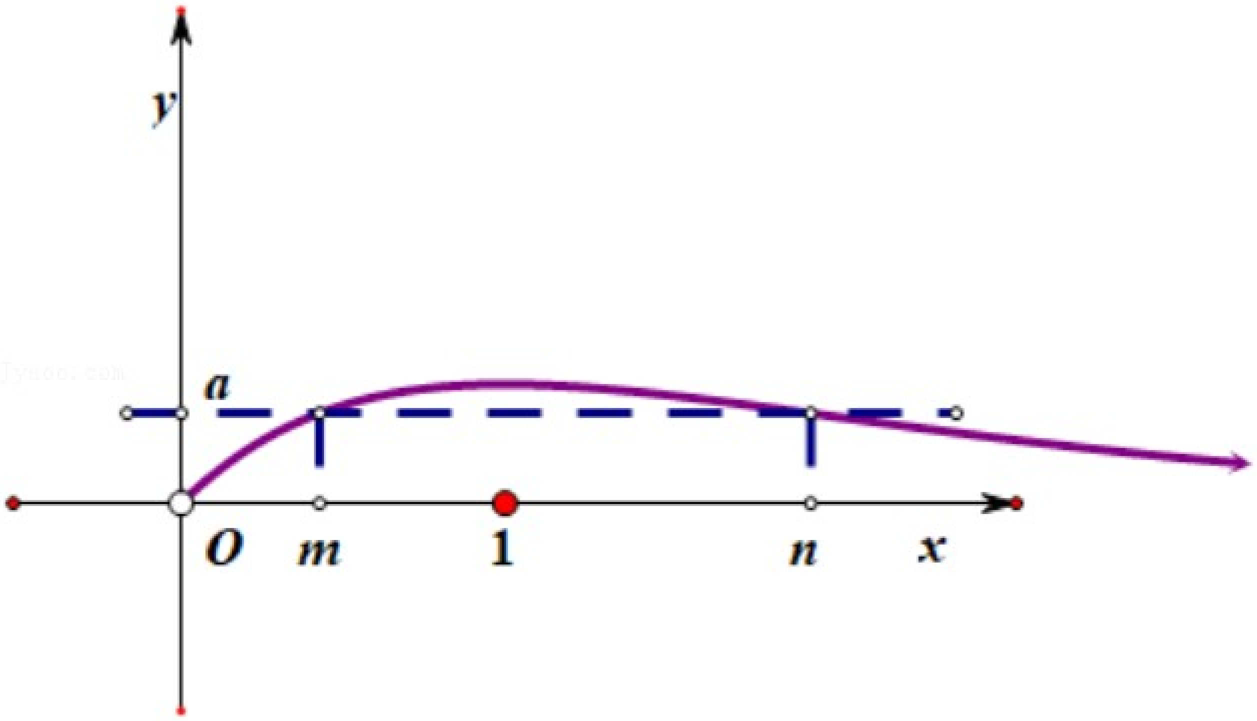
□ a □□□□□ $(0,\frac{1}{e})$ □

□ $g(m)=0$ □□ $a=\frac{m}{e^m}$ □□ $ae^m=m$ □□□□□□ $lna+m=lnm$ □ $lnm-m=lna$ □

□□ $f(m)=1+lna$ □□□ $f(n)=1+lna$

□ $f(m)+f(n)=2(1+lna)$ □□ $a\in(0,\frac{1}{e})$ □□□ $lna<-1$ □□□ $f(m)+f(n)<0$ □

□ $f(x_1)+f(x_2)<0$ □



11.（2021•南关区校级四模）已知函数 $f(x)=x^2-2ax\ln x+1$ 有两个极值点 x_1，x_2.

（1）求 a 的取值范围；

（2）证明：$\frac{x_2 f(x_1)-x_1 f(x_2)}{x_2-x_1}<a^2+1$.

【解答】（1）解：因为 $f(x)=x^2-2ax\ln x+1$ 有两个极值点 x_1，x_2，

所以 $g(x)=f'(x)=2x-2a(1+\ln x)$ 有两个零点，

又 $g'(x)=2-\frac{2a}{x}$，

① 当 $a\leqslant 0$ 时，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，至多 1 个零点，不符合题意；

② 当 $a>0$ 时，令 $g'(x)=0$，解得 $x=a$，

当 $0<x<a$ 时，$g'(x)<0$，则 $g(x)$ 单调递减，

当 $x>a$ 时，$g'(x)>0$，则 $g(x)$ 单调递增，

□□ $g(x)_{min}=g$□a□$=-2alna$□

(i)□$0<a<1$□□$g(x)_{min}=g$□a□$=-2alna>0$□□□□□□□

(ii)□$a=1$□□$g(x)_{min}=g$□a□$=-2alna=0$□□□ 1 □□□□

(iii)□$a>1$□□$g(x)_{min}=g$□a□$=-2alna<0$□

□$g(\frac{1}{e})=\frac{2}{e}-2a(1+ln\frac{1}{e})=\frac{2}{e}>0$□

□$g(2a^2)=4a^2-2a(1+ln(2a^2))=2a(2a-2lna-1-ln2)>0$□

□□$g(x)$□$(\frac{1}{e},a)$□$(a,2a^2)$□□□□□□□□

□$f(x)$□□□□□□

□□□□□□□a□□□□□□$a>1$□

□2□□□□□□□$0<x_1<x_2$□

□□□□□□□□□□□□□□ $\frac{x_2f(x_1)-x_1f(x_2)}{x_2-x_1}=\frac{\frac{f(x_1)}{x_1}-\frac{f(x_2)}{x_2}}{\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}}<a^2+1$ □

□$\frac{f(x_1)}{x_1}-\frac{f(x_2)}{x_2}<(a^2+1)(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2})$□

□$\frac{f(x_1)-a^2-1}{x_1}<\frac{f(x_2)-a^2-1}{x_2}$□

□$F(x)=\frac{f(x)-a^2-1}{x}=\frac{x^2-2axlnx-a^2}{x}=x-2alnx-\frac{a^2}{x}$□

□$F'(x)=1-\frac{2a}{x}+\frac{a^2}{x^2}=(1-\frac{a}{x})^2\geq 0$□

□$F(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□□□□□

□□ $\frac{f(x_1)-a^2-1}{x_1} < \frac{f(x_2)-a^2-1}{x_2}$ □

□ $\frac{x_2 f(x_1)-x_1 f(x_2)}{x_2-x_1} < a^2+1$ □

12□□2021 □•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=alnx-ax+1$ □

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□□ $g(x)=f(x)+\frac{1}{2}x^2-1$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1\neq x_2)$ □

①□ a □□□□□□

②□ $g(x_1)+g(x_2)<\lambda(x_1+x_2)$ □□□□□□□ λ □□□□□□

□□□□□□□1□ $f'(x)=\frac{a}{x}-a=\frac{a(1-x)}{x}(x>0)$ □

□①□ $a=0$ □□ $f(x)=1(x>0)$ □□□□□□□□□□□□□

②□ $a>0$ □□□ $f'(x)>0\Rightarrow 0<x<1$ □□ $f'(x)<0\Rightarrow x>1$ □

□□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

③□ $a<0$ □□□ $f'(x)>0\Rightarrow x>1$ □□ $f'(x)<0\Rightarrow 0<x<1$ □

□□□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

□□□□ $a=0$ □□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□

②□ $a>0$ □□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

③□ $a<0$ □□ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□

□2□①□□ $g(x)=f(x)+\frac{1}{2}x^2-1=a(lnx-x)+\frac{1}{2}x^2$ □

[illegible] $g'(x)=\frac{x^2-ax+a}{x}(x>0)$ [illegible]

[illegible] $g'(x)=0$ [illegible]

[illegible] $x^2-ax+a=0$ [illegible] $\begin{cases}\triangle=a^2-4a>0\\ a>0\end{cases}$ [illegible] $a>4$ [illegible]

② [illegible] $g(x_1)+g(x_2)<\lambda(x_1+x_2)$ [illegible]

[illegible] $\lambda>\frac{g(x_1)+g(x_2)}{x_1+x_2}=\frac{g(x_1)+g(x_2)}{a}$ [illegible]

[illegible] $g(x_1)+g(x_2)=a(lnx_1-x_1)+\frac{1}{2}x_1^2+a(lnx_2-x_2)+\frac{1}{2}x_2^2$

$=a(lnx_1+lnx_2)-a(x_1+x_2)+\frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2)=alnx_1x_2-a(x_1+x_2)+\frac{1}{2}[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2]$

$=alna-a^2+\frac{1}{2}(a^2-2a)=alna-\frac{1}{2}a^2-a$ [illegible]

[illegible] $\frac{g(x_1)+g(x_2)}{x_1+x_2}=lna-\frac{1}{2}a-1$ [illegible]

[illegible] $y=lna-\frac{1}{2}a-1(a>4)$ [illegible] $y'=\frac{1}{a}-\frac{1}{2}<0$ [illegible]

[illegible] $y=lna-\frac{1}{2}a-1$ [illegible] $(4,+\infty)$ [illegible]

[illegible] $y<2ln2-3$ [illegible] $\lambda\ldots2ln2-3$ [illegible] λ [illegible] $[2ln2-3)$ [illegible]

13[illegible]2021[illegible]•[illegible] $f(x)=-lnx-ax^2+4x(a>0)$ [illegible]

[illegible]1[illegible] $f(x)$ [illegible] a [illegible]

[illegible]2[illegible] $f(x)$ [illegible] x_1 [illegible] x_2 [illegible] $f(x_1)+f(x_2)>3+2ln2$ [illegible]

[illegible]1[illegible] $f(x)=-lnx-ax^2+4x$ [illegible]

$\therefore f'(x)=-\dfrac{1}{x}-2ax+4=-\dfrac{2ax^2-4x+1}{x}$□

□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $f'(x)\leqslant 0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $a\geqslant(-\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{2}{x})_{max}$ □

$\because y=-\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{2}{x}=-\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{x}-2)^2+2\leqslant 2$ □

$\therefore a\geqslant 2$□

□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□ $f'(x)\geqslant 0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□ $a\leqslant(-\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{2}{x})_{min}$ □

$\because y=-\dfrac{1}{2x^2}+\dfrac{2}{x}=-\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{x}-2)^2+2$ □□□□□□

□□ a □□□□

□□□ a □□□□□□ $[2$ □ $+\infty)$ □

□2□□□□□ $0<a<2$ □□$\triangle>0$ □□□ $2ax^2-4x+1=0$ □ 2 □□□□□□□ x_1 □ x_2 □

□□□ $x_1<x_2$ □□□ $x\in(0$ □ $x_1)\cup(x_2$ □ $+\infty)$ □ $f'(x)<0$ □

□ $x\in(x_1$ □ $x_2)$ □□ $f'(x)>0$ □

$\therefore f(x)$ □□□□□ x_1 □□□□□ x_2 □ $x_1+x_2=\dfrac{2}{a}$ □ $x_1x_2=\dfrac{1}{2a}$ □

$\therefore f(x_1)+f(x_2)=-lnx_1-ax_1^2+4x_1-lnx_2-ax_2^2+4x_2$

$=-(lnx_1+lnx_2)-a(x_1^2+x_2^2)+4(x_1+x_2)$

$=-ln(x_1x_2)-a[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2]+4(x_1+x_2)$

$=ln(2a)+\dfrac{4}{a}+1$ □

□g□a□$=ln(2a)+\frac{4}{a}+1$□$0<a<2$□

□□$0<a<2$□□g'□a□$=\frac{a-4}{a^2}<0$□

□g□a□□$(0,2)$□□□□□g□a□$>g$□2□$=3+2ln2$□

□$f(x_1)+f(x_2)>3+2ln2$□

14□□2021□•□□□□□□$f(x)=lnx+\frac{a}{x+1}$□$a\in R$□

□1□□$a>2$□□□□□$f(x)$□□□□□

□2□□$f(x)$□□□□□x_1□x_2□□$x_1<x_2$□□□□□x_1□$x_2\in[\frac{1}{4},4]$□□$f(x_1)-f(x_2)<\frac{2a-8}{3}$□

□□□□□□1□□□□□$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{a}{(x+1)^2}=\frac{x^2+(2-a)x+1}{x(x+1)^2}(x>0)$□

①□△$\leqslant 0$□□□$2<a\leqslant 4$□□$f'(x)\geqslant 0$□□□

□□□$f(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□

②□△>0□□□$a>4$□□

□$f'(x)=0$□□$x_1=\frac{(a-2)-\sqrt{a^2-4a}}{2}$□$x_2=\frac{(a-2)+\sqrt{a^2-4a}}{2}$□

□□$a>2$□

□□$x_2>0$□

□□$(a-2)^2-(a^2-4a)=4>0$□

□□$x_1>0$□$x_1<x_2$□

□□□$f(x)$□$(0,x_1)$□$(x_2$□$+\infty)$□□□□□□□$(x_1$□$x_2)$□□□□□

□□□□□$2<a\leqslant 4$□□□$f(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□

□ $a>4$ □□□□ $f(x)$ □ $(0$ □ $\frac{(a-2)-\sqrt{a^2-4a}}{2})$ □ $(\frac{(a-2)+\sqrt{a^2-4a}}{2}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□ $(\frac{(a-2)-\sqrt{a^2-4a}}{2}$ □ $\frac{(a-2)+\sqrt{a^2-4a}}{2})$ □□□□□□

□2□□□□□□□□□ $f'(x)=\frac{x^2+(2-a)x+1}{x(x+1)^2}=0$ □

□□□□□□□□□□ x_1 □ x_2 □

□□□ $x_1<x_2$ □□□1□□□ $a>4$ □

$x_1+x_2=a-2$ □ $x_1x_2=1$ □

□ $f(x_1)=lnx_1+\frac{a}{x_1+1}$ □ $f(x_2)=lnx_2+\frac{a}{x_2+1}$ □

□□ $f(x_1)-f(x_2)=ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{a(x_2-x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)}=ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{a(x_2-x_1)}{x_1x_2+(x_1+x_2)+1}$

$=lnx_1^2+\frac{a(x_2-x_1)}{1+(a-2)+1}=lnx_1^2+x_2-x_1=lnx_1^2+\frac{1}{x_1}-x_1$ □

□□□ $a=x_1+x_2+2=x_1+\frac{1}{x_1}+2$ □

□□ $f(x_1)-f(x_2)-\frac{2}{3}a=2lnx_1-\frac{5}{3}x_1+\frac{1}{3x_1}-\frac{4}{3}$ □

□□ $x_1<x_2$ □ $x_1x_2=1$ □ x_1 □ $x_2\in[\frac{1}{4}$ □ $4]$ □□□ $x_1\in[\frac{1}{4}$ □ $1)$ □

□□□ $g(x)=f(x_1)-f(x_2)-\frac{2}{3}a=2lnx-\frac{5}{3}x+\frac{1}{3x}-\frac{4}{3}(x\in[\frac{1}{4}$ □ $1))$ □

$g'(x)=\frac{2}{x}-\frac{5}{3}-\frac{1}{3x^2}=\frac{-(5x^2-6x+1)}{3x^2}=\frac{-(x-1)(5x-1)}{3x^2}$ □

□□ $x\in[\frac{1}{4}$□$1)$ □□□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □□□□□

□□ $g(x)<g$□1□ $=-\frac{8}{3}$□

□ $f(x_1)-f(x_2)-\frac{2}{3}a<-\frac{8}{3}$□

□□ $f(x_1)-f(x_2)<\frac{2a-8}{3}$□

15□□2021□•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=ln(x+1)-ax(a\in R)$□

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $g(x)=\frac{1}{2}x^2-x-a+f(x-1)$ □□ x_1□$x_2(x_1<x_2)$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□ $a\geq\frac{3}{2}$ □□□□ $g(x_1)-g(x_2)\geq\frac{15}{8}-2ln2$□

□□□□□□1□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□ $(-1,+\infty)$□ $f'(x)=\frac{1}{x+1}-a$ □

□ $a\leq 0$ □□ $f'(x)=\frac{1}{x+1}-a>0$ □

□□□□ $f(x)$ □ $(-1,+\infty)$ □□□□□□

□ $a>0$ □□□ $f'(x)=0$ □□ $x=-1+\frac{1}{a}$ □

□ $x\in(-1,-1+\frac{1}{a})$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $x\in(-1+\frac{1}{a}$□$+\infty)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□□□□□ $a\leq 0$ □□□□ $f(x)$ □ $(-1,+\infty)$ □□□□□□

□ $a>0$ □□□□ $f(x)$ □ $(-1,-1+\frac{1}{a})$ □□□□□□□ $(-1+\frac{1}{a}$□$+\infty)$ □□□□□□

□2□□□□□□ $g(x)=lnx+\frac{1}{2}x^2-(a+1)x$ □ $x>0$

$g'(x)=\frac{1}{x}+x-(a+1)=\frac{x^2-(a+1)x+1}{x}$ □

□ $g'(x)=0$ □□ $x^2-(a+1)x+1=0$ □

□ $a\geq\frac{3}{2}$ □□△ $=(a+1)^2-4>0$ □

□□ $x_1+x_2=a+1$ □ $x_1x_2=1$ □

□□ $x_2=\frac{1}{x_1}$ □

□□ $a\geq\frac{3}{2}$ □ $a+1\geq\frac{5}{2}$ □ $x_1<x_2$ □

□□ $\begin{cases} x_1+\frac{1}{x_1}\geq\frac{5}{2} \\ 0<x_1<\frac{1}{x_1} \end{cases}$ □□□ $0<x_1\leq\frac{1}{2}$ □

□□ $g(x_1)-g(x_2)=ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)-(a+1)(x_1-x_2)$

$=2lnx_1-\frac{1}{2}(x_1^2-\frac{1}{x_1^2})$ □

□ $h(x)=2lnx-\frac{1}{2}(x^2-\frac{1}{x^2})(0<x\leq\frac{1}{2})$ □

□ $h(x)=\frac{2}{x}-x-\frac{1}{x^3}=-\frac{(x^2-1)^2}{x^3}<0$ □

□□□□ $h(x)$ □ $(0$ □ $\frac{1}{2}]$ □□□□□□

□□□ $x_1=\frac{1}{2}$ □□ $h(x)_{min}=h(\frac{1}{2})=\frac{15}{8}-2ln2$ □

□□ $a\geq\frac{3}{2}$ □□ $g(x_1)-g(x_2)\geq\frac{15}{8}-2ln2$ □

16．（2021 □•□□□□□□□□□ $f(x)=alnx-\frac{1}{x}+x$ □ $a\in R$ □

（1）□□ $a=-\frac{5}{2}$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□□

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2，且 $x_1 < x_2$，证明：当 $x_2 \in [\frac{1}{4}, 4]$，$f(x_1) - f(x_2) < a + 10$.

【解答】解：(1) 当 $a = -\frac{5}{2}$ 时，$f(x) = -\frac{5}{2}lnx - \frac{1}{x} + x$，

$f'(x) = -\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 1 = \frac{2x^2 - 5x + 2}{2x^2} = \frac{(2x-1)(x-2)}{x^2}$，

所以在 $(0, \frac{1}{2})$ 上，$f'(x) > 0$，$f(x)$ 单调递增，

在 $(\frac{1}{2}, 2)$ 上，$f'(x) < 0$，$f(x)$ 单调递减，

在 $(2, +\infty)$ 上，$f'(x) > 0$，$f(x)$ 单调递增.

(2) 证明：因为 $f'(x) = \frac{a}{x} + \frac{1}{x^2} + 1 = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2}$，函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2，

所以 $x_1 + x_2 = -a$，$x_1 x_2 = 1$，其中 $x_1 < x_2$，$x_2 \in [\frac{1}{4}, 4]$，

所以 $a = -x_1 - x_2 = -\frac{1}{x_2} - x_2$，

$f(x_1) - f(x_2) - a = alnx_1 - \frac{1}{x_1} + x_1 - (alnx_2 - \frac{1}{x_2} + x_2) - a = a(lnx_1 - lnx_2) + (\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}) + x_1 - x_2 - a$，

$= -2alnx_2 + 2(\frac{1}{x_2} - x_2) - a = -2(-\frac{1}{x_2} - x_2)lnx_2 + 2(\frac{1}{x_2} - x_2) + (\frac{1}{x_2} + x_2)$

$= 2(\frac{1}{x_2} + x_2)lnx_2 + \frac{3}{x_2} - x_2$，

设 $g(x) = 2(\frac{1}{x} + x)lnx + \frac{3}{x} - x$，$x \in [\frac{1}{4}, 4]$，

$g'(x) = 2(-\frac{1}{x^2} + 1)lnx + 2(\frac{1}{x} + x) \cdot \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} - 1 = \frac{(x^2-1)lnx}{x^2}$，

所以在 $(1, 4)$ 上，$g'(x) < 0$，$g(x)$ 单调递减，

□$(\frac{1}{4}$□$1)$□□$g(x)>0$□$g(x)$□□□□□

□□$g(x)_{max}=g$□1□$=2<10$□□□

17□□2021□•□□□□□□□□□□□□$f(x)=x^2-x-alnx$□$a\in R$□

□1□□□□$f(x)$□$[1$□$+\infty)$□□□□□□□□□a□□□□□□

□2□□□□$f(x)$□□□□□□□x_1□x_2□□$x_1<x_2$□□$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{a}<m$□□□□□□□□$m$□□□□□

□□□□□□1□$f(x)=x^2-x-alnx$□$[1$□$+\infty)$□□□□□□$f'(x)=\frac{2x^2-x-a}{x}\geqslant 0$□$[1$□$+\infty)$□□□□

□□$x\geqslant 1$□□$a\leqslant (2x^2-x)_{min}$□□$y=2x^2-x$□$[1$□$+\infty)$□□□□□□

□□□$x=1$□□$y=2x^2-x$□□□□□1□

□□$a\leqslant 1$□□$a\in(-\infty$□$1]$□

□2□ □□$f(x)$□□□□□□□x_1□x_2□□$x_1<x_2$□

$\therefore f'(x)$□$(0,+\infty)$□□□□□□□□□□□□x_1□x_2□□□$2x^2-x-a=0$□□□□□□□□□□□

$\therefore x_1+x_2=\frac{1}{2}, x_1x_2=-\frac{a}{2}$□$0<\frac{x_1}{x_2}<1$□

□$\frac{x_1}{x_2}=t$□□$0<t<1$□

$\therefore \frac{f(x_1)-f(x_2)}{a}=\frac{x_1^2-x_2^2-x_1+x_2}{a}-ln\frac{x_1}{x_2}=\frac{x_1^2-x_2^2-2(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{-2x_1x_2}-ln\frac{x_1}{x_2}=\frac{1}{2}(\frac{x_1}{x_2}-\frac{x_2}{x_1})-ln\frac{x_1}{x_2}=\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})-lnt$□

□ $g(t)=\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})-lnt(0<t<1)$ □□ $g'(t)=\frac{t^2-2t+1}{2t^2}>0$ □

$\therefore g(t)$ □ $(0,1)$ □□□□□□ $\therefore g(t)<g$ □1□ $=0$ □

□ □ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{a}<m$ □□□□ $\therefore m>g(t)$ □ $(0,1)$ □□□□□

$\therefore m..g$ □1□ $=0$ □

$\therefore$ □□ m □□□□□ 0□

18□□2021 □•□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}(x^2+1)+a(lnx-4x+1)$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $f(x)$ □□□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $f(x_1)+f(x_2)..f(x_1x_2)-4a$ □□ a □□□□□□

□□□□□□□1□ $f(x)=\frac{1}{2}(x^2+1)+a(lnx-4x+1)$ □

$\therefore f'(x)=x-4a+\frac{a}{x}=\frac{x^2-4ax+a}{x}$ □ $x>0$ □

□ $0,,a,,\frac{1}{4}$ □□△ $=16a^2-4a,,0$ □ $f'(x)>0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $a<0$ □□□ $f'(x)=0$ □□ $x^2-4ax+a=0$ □□□ $x_1=2a-\sqrt{4a^2-a}<0$ □ $x_2=2a+\sqrt{4a^2-a}>0$ □

□ $x\in(0,2a+\sqrt{4a^2-a})$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□□ $x\in(2a+\sqrt{4a^2-a},+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

$\therefore$ □□ $f(x)$ □□□ $(0,2a+\sqrt{4a^2-a})$ □□□□□□ $(2a+\sqrt{4a^2-a},+\infty)$ □□□□□

□ $a>\frac{1}{4}$ □□□ $f'(x)=0$ □□ $x^2-4ax+a=0$ □

□□□ $x_1=2a-\sqrt{4a^2-a}>0$ □ $x_2=2a+\sqrt{4a^2-a}>0$ □

□ $x\in(0,2a-\sqrt{4a^2-a})$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $x\in(2a-\sqrt{4a^2-a},2a+\sqrt{4a^2-a})$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $x\in(2a+\sqrt{4a^2-a},+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□□ $f(x)$ □□□ $(0,2a-\sqrt{4a^2-a})$ □ $(2a+\sqrt{4a^2-a},+\infty)$ □□□□□□□□ $(2a-\sqrt{4a^2-a},2a+\sqrt{4a^2-a})$ □□□□□

□□□□□□ $0\leqslant a\leqslant\frac{1}{4}$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $a>\frac{1}{4}$ □□ $f(x)$ □□□ $(0,2a+\sqrt{4a^2-a})$ □□□□□□ $(2a+\sqrt{4a^2-a},+\infty)$ □□□□□

□ $a<0$ □□ $f(x)$ □□□ $(0,2a-\sqrt{4a^2-a})$ □ $(2a+\sqrt{4a^2-a},+\infty)$ □□□□□□□□ $(2a-\sqrt{4a^2-a},2a+\sqrt{4a^2-a})$ □□□□□

□2□□□1□□□□□ $a>\frac{1}{4}$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1+x_2=4a$ □ $x_1x_2=a$ □

$f(x_1)+f(x_2)\geqslant f(x_1x_2)-4a$ □

$\therefore \frac{1}{2}(x_1^2+1)+a(\ln x_1-4x_1+1)+\frac{1}{2}(x_2^2+1)+a(\ln x_2-4x_2+1)\geqslant x_1x_2-8a+\frac{a}{x_1x_2}$ □

$\therefore 8a^2-a+a\ln a-16a^2+2a+1\geqslant a-8a+1$ □□ $8a^2-8a-a\ln a\leqslant 0$ □

$a>\frac{1}{4}$ □

$\therefore 8a-8-\ln a\leqslant 0$ □

□ g □a□ $=8a-8-\ln a$ □ $a>\frac{1}{4}$ □ g' □a□ $=8-\frac{1}{a}>0$ □

$\therefore g$ □a□□ $(\frac{1}{4},+\infty)$ □□□□□□□□

□ g □1□ $=0$ □

∴□ $a\in(\frac{1}{4},1]$ □□ g □a□ $\leqslant 0$ □

□□□ a □□□□□ $(\frac{1}{4},1]$ □

19□□2021□•□□□□□□□□□□□ $f(x)=lnx-ax^2-bx$ □

□1□□ $a=0$ □□ $f(x)$ □□□□ -1 □

□i□□□□ b □□□

□ii□□□□□ $x>1$ □□ $2lnx<(x-1)e^x$ □

□2□ $a=-\frac{1}{2}$ □□ $f(x)$ □□□□□□□ x_1 □ $x_2(x_2>x_1)$ □ $f(x_2)-f(x_1)$ □□□□□□ $(2ln2-\frac{15}{8},ln2-\frac{3}{4})$ □□ b □□□□□□

□□□□□□□1□□i□□ $a=0$ □□ $f(x)=lnx-bx$ □

$f'(x)=\frac{1}{x}-b=\frac{1-bx}{x}$ □

□ $b\leqslant 0$ □□□ $(0,+\infty)$ □ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□

□ $b>0$ □□□ $(0,\frac{1}{b})$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□

□ $(\frac{1}{b}$□$+\infty)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□ $f(x)_{max}=f(\frac{1}{b})=ln\frac{1}{b}-b\times\frac{1}{b}=ln\frac{1}{b}-1$ □

□ $f(x)$ □□□□ -1 □

□□ $-1=ln\frac{1}{b}-1$ □

□□ $b=1$ □

□ii□□□□□□□ $x>1$ □□ $2lnx<(x-1)e^x$ □

□□□ $x>1$ □□ $2lnx-(x-1)e^x<0$ □

□ $g(x)=2lnx-(x-1)e^x$ □ $x>1$ □

□□□□ $g(x)_{max}<0$ □

$g'(x)=\frac{2}{x}-e^x-(x-1)e^x=\frac{2-x^2e^x}{x}$ □

□ $h(x)=2-x^2e^x$ □ $x>1$

$h'(x)=-2xe^x-x^2e^x=-xe^x(2+x)$ □

□□□ $x>1$ □□ $h'(x)<0$ □ $h(x)$ □□□□□

□□ $h(x)<h$ □1□ $=2-e^1<0$ □

□□ $g'(x)<0$ □□ $g(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□

□□ $g(x)<g$ □1□ $=0$ □□□□□

□2□□ $a=-\frac{1}{2}$ □□ $f(x)=lnx+\frac{1}{2}x^2-bx$ □

$f'(x)=\frac{1}{x}+x-b=\frac{x^2-bx+1}{x}$ □

□□ $f(x)$ □□□□□□ x_1 □ $x_2(x_2>x_1)$ □

□□ x_1 □ x_2 □ $f'(x)=0$ □□□

□□ x_1 □ x_2 □ $x^2-bx+1=0$ □□□

□□ $x_1+x_2=b$ □ $x_1x_2=1$ □

□□ $f(x_2)-f(x_1)=lnx_2+\frac{1}{2}x_2^2-bx_2-(lnx_1+\frac{1}{2}x_1^2-bx_1)$

$=ln\frac{x_2}{x_1}+\frac{1}{2}(x_2^2-x_1^2)-b(x_2-x_1)$

$=\ln\frac{x_2}{x_1}+\frac{1}{2}(x_2^2-x_1^2)-(x_1+x_2)(x_2-x_1)$

$=\ln\frac{x_2}{x_1}-\frac{1}{2}(x_2^2-x_1^2)$ □

$=\ln\frac{x_2}{x_1}-\frac{x_2^2-x_1^2}{2x_1x_2}$ □

$=\ln\frac{x_2}{x_1}-\frac{x_2}{2x_1}+\frac{x_1}{2x_2}$ □

□ $t=\frac{x_2}{x_1}$ □ $(t>1)$ □

□ $f(x_2)-f(x_1)=h(t)=\ln t-\frac{1}{2}t+\frac{1}{2t}$ □

$h(t)=\frac{1}{t}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2t^2}=\frac{-t^2+2t-1}{2t^2}=\frac{-(t-1)^2}{2t^2}<0$ □

□□ $h(t)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□

□ h□2□ $=\ln 2-\frac{3}{4}>0$ □

h□4□ $=2\ln 2-\frac{15}{8}<0$ □

□□ $2<t<4$ □

□ $b^2=\frac{(x_1+x_2)^2}{x_1x_2}=t+\frac{1}{t}$ □ $t\in(2,4)$

□ $\varphi(t)=t+\frac{1}{t}$ □ $t\in(2,4)$ □□□□□

□□ $\frac{5}{2}<b^2<\frac{17}{4}$ □

□□□□ a □□□□□□ $(\frac{\sqrt{10}}{2}$ □ $\frac{\sqrt{17}}{2})$ □

20□□2021□•□□□□□□□□$f(x)=2e^{x}(e^{x}-2a)+4ax+a^{2}$□

□1□□$a<0$□□□$f(x)$□□□□□□□

□2□□x_1□x_2□$f(x)$□□□□□□□$f(x_1)+f(x_2)<t(e^{x_1}+e^{x_2})$□□□□□□□$t$□□□□□□

□□□□□□1□ $f(x)=2e^{x}(e^{x}-2a)+4ax+a^{2}$□

$\therefore f'(x)=4e^{2x}-4ae^{x}+4a$□□$m=e^{x}>0$□

$\therefore f'(x)=g(m)=4m^{2}-4am+4a=4(m-\frac{a}{2})^{2}+4a-a^{2}$□

$a<0$□$\therefore g(m)$□$(0,+\infty)$□□□

□$g(0)=4a<0$□$g(\frac{a+\sqrt{a^{2}-4a}}{2})=0$□

$\therefore m\in(0,\frac{a+\sqrt{a^{2}-4a}}{2})$□□$g(m)<0$□$m\in(\frac{a+\sqrt{a^{2}-4a}}{2}$□$+\infty)$□□$g(m)>0$□

$\therefore x\in(0,\frac{a+\sqrt{a^{2}-4a}}{2})$□□$f'(x)<0$□$x\in(\frac{a+\sqrt{a^{2}-4a}}{2}$□$+\infty)$□□$f'(x)>0$□

$\therefore f(x)$□$(-\infty,ln\frac{a+\sqrt{a^{2}-4a}}{2})$□□□□$(ln\frac{a+\sqrt{a^{2}-4a}}{2}$□$+\infty)$□□□

$\therefore f(x)$□□1□□□□□

□2□□□1□□□$m=e^{x}>0$□$f'(x)=g(m)=4m^{2}-4am+4a$□

□□$f(x)$□2□□□□□□$g(m)$□2□□□□□□

□$\begin{cases} g(0)>0 \\ \frac{a}{2}>0 \\ \triangle=16a^{2}-64a>0 \end{cases}$□□□□$a>4$□

□□□ $m_1=e^{x_1}$ □ $m_2=e^{x_2}$ □□ $m_1+m_2=a$ □ $m_1\cdot m_2=a$ □

□ $f(x_1)+f(x_2)=2(m_1+m_2)^2-4m_1m_2-4a(m_1+m_2)+4aln(m_1\cdot m_2)+a^2$ □

$\therefore f(x_1)+f(x_2)=4alna-4a-a^2$ □

$\therefore t>\frac{f(x_1)+f(x_2)}{e^{x_1}+e^{x_2}}=4lna-a-4$ □□□□

□ h□a□ $=4lna-a-4$ □□□□ $a>4$ □□ $t>h$□a□$_{max}$ □□□

□ h□a□ $=\frac{4}{a}-1<0$ □ $\therefore h$□a□□□□□□□ h□a□ $<h$□4□ $=8(ln2-1)$ □

□ $t>8(ln2-1)$ □□ t□□□□□□ $(8(ln2-1)$ □ $+\infty)$ □

21□□2021•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=lnx-ax-\frac{2}{ax}$ □

□I□□ $f(x)\geq 0$ □□□□ a □□□□□□

□II□□ $g(x)=f(x)+x^2+\frac{2}{ax}$ □□□□□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□ $2g(x_1)-g(x_2)$ □□□□□

□□□□□□I□□□ $f(x)=lnx-ax-\frac{2}{ax}$ □

□□ $f'(x)=\frac{1}{x}-a+\frac{2}{ax^2}=\frac{-a^2x^2+ax+2}{ax^2}=\frac{-a^2(x-\frac{2}{a})(x+\frac{1}{a})}{ax^2}$ □

□ $f'(x)=0$ □ $x=\frac{2}{a}$ □ $x=-\frac{1}{a}$ □

①□ $a>0$ □□□□ $f(1)=-a-\frac{2}{a}<0$ □□□□□□□

②□ $a<0$ □□ $f(x)$ □ $(0,-\frac{1}{a})$ □□□□□□□ $(-\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□□

□□ $f(x)_{min}=f(-\frac{1}{a})=ln(-\frac{1}{a})+1+2\geq 0$ □□□ $-e^3\leq a<0$ □

□□ a □□□□□□ $[-e^3$ □ $0)$ □

□Ⅱ□□□ $g(x)=lnx+x^2-ax$□□□□□$(0,+\infty)$□$g'(x)=\frac{1}{x}+2x-a=\frac{2x^2-ax+1}{x}$□

□□x_1□x_2□□□$g(x)$□□□□□□□□□x_1□x_2□□□$2x^2-ax+1=0$□□□□□□□□

□□△$=a^2-8>0$□$x_1+x_2=\frac{a}{2}$□$x_1x_2=\frac{1}{2}$□

□$a>2\sqrt{2}$□□□□$\frac{a}{4}>\frac{\sqrt{2}}{2}$□□$x_1\in(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$□$x_2\in(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$□

□□$ax_1=2x_1^2+1$□$ax_2=2x_2^2+1$□

$$2g(x_1)-g(x_2)=2(lnx_1+x_1^2-ax_1)-(lnx_2+x_2^2-ax_2)$$

$$=2(lnx_1+x_1^2-2x_1^2-1)-(lnx_2+x_2^2-2x_2^2-1)$$

$$=-2x_1^2+2lnx_1-lnx_2+x_2^2-1$$

$$=x_2^2-2(\frac{1}{2x_2})^2+2ln\frac{1}{2x_2}-lnx_2-1$$

$$=x_2^2-\frac{1}{2x_2^2}-\frac{3}{2}lnx_2^2-2ln2-1$$ □

□$t=x_2^2$□□$t\in(\frac{1}{2},+\infty)$□$h(t)=t-\frac{1}{2t}-\frac{3}{2}lnt-2ln2-1$□

$$h'(t)=1+\frac{1}{2t^2}-\frac{3}{2t}=\frac{(2t-1)(t-1)}{2t^2}$$ □

□$t\in(\frac{1}{2},1)$□□$h(t)$□□□□□□$t\in(1,+\infty)$□□$h(t)$□□□□□

□□$h(t)_{min}=h(1)=-\frac{1+4ln2}{2}$□

□□$2g(x_1)-g(x_2)$□□□□□$-\frac{1+4ln2}{2}$□